

## BÀI 4. PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

### 1. Phép thử

**Phép thử ngẫu nhiên** là phép thử mà ta không đoán trước được kết quả, mặc dù đã biết tập hợp các kết quả có thể xảy ra.

### 2. Không gian mẫu

**Không gian mẫu  $\Omega$**  (omega) là tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử.

**Ví dụ.** Phép thử: Gieo một đồng tiền.

a) Mô tả không gian mẫu:  $\Omega = \{S, N\}$ .

(Với  $S$  là “mặt sấp xuất hiện” và

$N$  là “mặt ngửa xuất hiện”)

b) Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 2$ .



**Ví dụ.** Phép thử: Gieo một con súc sắc.

a) Mô tả không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

(Kí hiệu cho việc xuất hiện mặt 1 chấm, 2 chấm, ...)

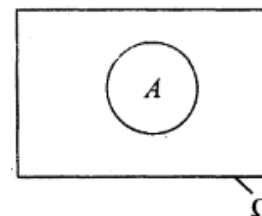
b) Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 6$ .



### 3. Biến cố

**Biến cố  $A$**  là một tập hợp con của không gian mẫu  $\Omega$ :  $A \subset \Omega$ .

- Tập  $\emptyset$  (rỗng) được gọi là **biến cố không thể** ( $\emptyset \subset \Omega$ ).
- Tập  $\Omega$  được gọi là **biến cố chắc chắn** ( $\Omega \subset \Omega$ ).



### 4. Phép toán biến cố

Giả sử  $A$  là biến cố liên quan đến một phép thử:

Tập  $\Omega \setminus A$  được gọi là **biến cố đối** của biến cố  $A$ . Kí hiệu:  $\bar{A}$ .

Giả sử  $A$  và  $B$  là hai biến cố liên quan đến một phép thử.

- Tập  $A \cup B$  được gọi là **hợp** của các biến cố  $A$  và  $B$ .
- Tập  $A \cap B$  được gọi là **giao** của các biến cố  $A$  và  $B$ .

Nếu  $A \cap B = \emptyset$  thì ta nói  $A$  và  $B$  **xung khắc**.

**Ví dụ 1.** Gieo một đồng tiền 2 lần.

a) Mô tả không gian mẫu

**Giải:**  $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$ .

Trong đó, chẳng hạn  $SN$  là kết quả “Lần đầu xuất hiện mặt sấp, lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa”

b) Số phần tử của không gian mẫu?

**Giải:**  $n(\Omega) = 4$ .



**Ví dụ 2.** Gieo một đồng tiền 3 lần.

a) Mô tả không gian mẫu

b) Số phần tử của không gian mẫu?

**Ví dụ 3.** Gieo một con súc sắc hai lần.

a) Mô tả không gian mẫu

**Giải:**  $\Omega = \{(i, j) \mid i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Trong đó  $(i, j)$  là kết quả “Lần đầu xuất hiện mặt  $i$  chấm, lần sau xuất hiện mặt  $j$  chấm”

b) Số phần tử của không gian mẫu?

**Giải:**  $n(\Omega) = 6.6 = 36$ .



**Ví dụ 4.** Gieo một đồng tiền hai lần.

a) Mô tả không gian mẫu

**Giải:**  $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$ .

b) Xác định các biến cố  $A, B$  sau đây:

- $A$ : “Kết quả của hai lần gieo là như nhau”

**Giải:**  $A = \{SS, NN\}$ .

- $B$ : “Mặt sấp xảy ra ít nhất một lần”

**Giải:**  $B = \{SS, SN, NS\}$ .

**Ví dụ 5.** Gieo một con súc sắc 2 lần.

a) Mô tả không gian mẫu

b) Xác định các biến cố sau đây:

- $A$ : “Tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 5”

- $B$ : “Mặt 3 chấm xuất hiện đúng một lần”

- $C$ : “Kết quả của hai lần gieo là như nhau”

**Ví dụ 6.** Gieo một con súc sắc. Ta có không gian mẫu là:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Xác định:

a) Biến cố không thể

**Giải:**  $\emptyset$ : “Con súc sắc xuất hiện mặt 7 chấm”.

b) Biến cố chắc chắn

**Giải:**  $\Omega$ : “Con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm không vượt quá 6”.

**Ví dụ 7.** Gieo một đồng tiền hai lần.

a) Mô tả không gian mẫu:

**Giải:**  $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$

b) Xác định biến cố đối của:

- $A = \{SS, NN\}$ : “Kết quả của hai lần gieo là như nhau”

**Giải:**  $\bar{A} = \Omega \setminus A = \{SN, NS\}$ : “Kết quả của hai lần gieo khác nhau”

- $B = \{SS, SN, NS\}$ : “Mặt sấp xảy ra ít nhất một lần”

**Giải:**  $\bar{B} = \Omega \setminus B = \{NN\}$ : “Mặt sấp không xảy ra”

## Bài tập tự luận

1. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần.

a) Mô tả không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là bao nhiêu?

b) Xác định các biến cố sau:

$A$ : “Kết quả của hai lần gieo khác nhau”

$B$ : “Mặt sấp xảy ra ít nhất một lần”

$C$ : “Mặt sấp xảy ra đúng một lần”.

2. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần.

a) Mô tả không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là bao nhiêu?

b) Xác định các biến cố sau:

$A$ : “Kết quả của ba lần gieo giống nhau”

B: “Mặt sấp xảy ra ít nhất hai lần”

C: “Mặt sấp xảy ra đúng hai lần”.

3. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất.
  - a) Mô tả không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là bao nhiêu?
  - b) Xác định các biến cố sau:
    - A: “Mặt chẵn xuất hiện ”
    - B: “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3”
    - C: “Xuất hiện mặt có số chấm không bé hơn 3”.
4. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần.
  - a) Mô tả không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là bao nhiêu?
  - b) Xác định các biến cố sau:
    - A: “Số chấm trong hai lần gieo bằng nhau”
    - B: “Tổng số chấm bằng 8”
    - C: “Mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất một lần”.
5. Trong hộp có 9 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Chọn ngẫu nhiên đồng thời năm viên bi?
  - a) Tính số phần tử của không gian mẫu?
  - b) Tính số phần tử của các biến cố sau:
    - A: “năm viên bi chọn được có đúng hai bi đen”
    - B: “năm viên bi chọn được có không quá hai bi đen”.

## BÀI 5. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

### 1. Xác suất của biến cố

Nếu  $A$  là biến cố liên quan đến phép thử chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện thì tỉ số:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \quad \left( \text{Tức là: } \frac{\text{số phần tử của biến cố } A}{\text{số phần tử của không gian mẫu } \Omega} \right)$$

được gọi là **xác suất của biến cố  $A$** .

### 2. Tính chất

- $0 \leq P(A) \leq 1$ ,  $P(\emptyset) = 0$ ,  $P(\Omega) = 1$ .
- Nếu  $A$  và  $B$  xung khắc ( $A \cap B = \emptyset$ ), thì:
 
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B). \quad (\text{Công thức cộng xác suất})$$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

### 3. Các biến cố độc lập, công thức nhân xác suất

- Hai biến cố được gọi là độc lập nếu sự xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia.
- $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập  $\Leftrightarrow P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ .

**Ví dụ 1.** Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

a)  $A$ : “Mặt sấp xuất hiện hai lần”

**Giải:** Không gian mẫu  $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\} \Rightarrow$  Số phần tử  $n(\Omega) = 4$ .

Ta có:  $A = \{SS\} \Rightarrow n(A) = 1$

Vậy xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$

b)  $B$ : “Mặt sấp xuất hiện đúng một lần”

**Giải.**

Ta có:  $B = \{SN, NS\} \Rightarrow n(B) = 2$

Vậy xác suất của biến cố  $B$  là:  $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

c)  $C$ : “Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần”.

**Giải.**

Ta có:  $C = \{SS, SN, NS\} \Rightarrow n(C) = 3$

Vậy xác suất của biến cố  $C$  là:  $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}$

**Ví dụ 2.** Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc. Tính xác suất của các biến cố sau:

a)  $A$ : “Mặt chẵn xuất hiện”

---

---

---

---

---

---

---

---

b)  $B$ : “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3”

---

---

---

---

---

---

---

---

c)  $C$ : “Xuất hiện mặt có số chấm không bé hơn 3”.

**Ví dụ 3.** Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

a)  $A$ : “Số chấm trong hai lần gieo bằng nhau”

b)  $B$ : “Tổng số chấm bằng 8”

c)  $C$ : “Mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất một lần”.

**Ví dụ 4.** Từ một hộp chứa 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Tính xác suất sao cho hai quả cầu đó:

a) Khác màu

---

---

---

b) Cùng màu.

---

---

---

### Bài tập tự luận

1. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất của các biến cố sau:
  - a) A: “Kết quả của hai lần gieo khác nhau”.
  - b) B: “Mặt sấp xảy ra ít nhất một lần”.
  - c) C: “Mặt sấp xảy ra đúng một lần”.
2. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần. Tính xác suất của các biến cố sau:
  - a) A: “Kết quả của ba lần gieo giống nhau”.
  - b) B: “Mặt ngửa xảy ra ít nhất hai lần”.
  - c) C: “Mặt ngửa xảy ra đúng hai lần”.
3. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố sau:
  - a) A: “Mặt chẵn xuất hiện”.
  - b) B: “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3”.
  - c) C: “Xuất hiện mặt có số chấm không bé hơn 3”.
4. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất của các biến cố sau:
  - a) A: “Số chấm trong hai lần gieo là như nhau”.
  - b) B: “Tổng số chấm bằng 7”.
  - c) C: “Mặt 2 chấm xuất hiện ít nhất một lần”.
  - d) D: “Tổng số chấm không bé hơn 10”.
5. Trong hộp có 9 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Chọn ngẫu nhiên đồng thời năm viên bi. Tính xác suất của các biến cố sau:
  - a) A: “năm viên bi chọn được có đúng hai bi đen”.
  - b) B: “năm viên bi chọn được có không quá hai bi đen”.
6. Từ một hộp chứa 4 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng, 6 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả cầu. Tính xác suất của các biến cố sau:
  - a) A: “Ba quả cầu lấy được khác màu”.
  - b) B: “Ba quả cầu lấy được cùng màu”.

## Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào **không** phải là phép thử ngẫu nhiên?

- A. Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay sấp.
- B. Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa .
- C. Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.
- D. Trong một cái hộp có 2 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy hết ra các viên bi và đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

**Câu 2.** Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là

- A. 6.
- B. 12.
- C. 18.
- D. 36.

**Câu 3.** Gieo một đồng tiền 3 lần là một phép thử có không gian mẫu là

- A.  $\{SS, SN, NS, NN\}$ .
- B.  $\{SSS, SSN, NNS, NNN\}$ .
- C.  $\{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN\}$ .
- D.  $\{SSS, SSN, SNN, NSS, NNS, NNN\}$ .

**Câu 4.** Gieo một đồng tiền 2 lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

- A. 2.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

**Câu 5.** Gieo một con súc sắc 2 lần. Gọi  $A$  là biến cố có ít nhất một mặt 6 chấm. Khẳng định **đúng** là:

- A.  $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6)\}$ .
- B.  $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$ .
- C.  $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$ .
- D.  $A = \{(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$ .

**Câu 6.** Cho  $A, B$  là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- B.  $P(A \cup B) = P(A).P(B)$ .
- C.  $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$ .
- D.  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ .

**Câu 7.** Cho  $A$  là biến cố liên quan đến phép thử  $T$ . Mệnh đề nào **sai**?

- A.  $P(A)$  là số lớn hơn 0.
- B.  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ .
- C.  $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = \Omega$ .
- D.  $P(A)$  là số nhỏ hơn 1.

**Câu 8.** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

- A. 1.
- B.  $\frac{2}{3}$ .
- C.  $\frac{1}{2}$ .
- D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 9.** Từ một hộp chứa 5 quả cầu xanh và 6 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu là

A.  $\frac{25}{33}$ .

B.  $\frac{25}{66}$ .

C.  $\frac{5}{22}$ .

D.  $\frac{5}{11}$ .

**Câu 10.** Từ một hộp có chứa 8 viên bi đen, 6 viên bi đỏ, 5 viên bi tím. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi chọn được có ít nhất ba viên bi đen là

A.  $\frac{14}{2907}$ .

B.  $\frac{217}{646}$ .

C.  $\frac{770}{2907}$ .

D.  $\frac{5401}{5814}$ .